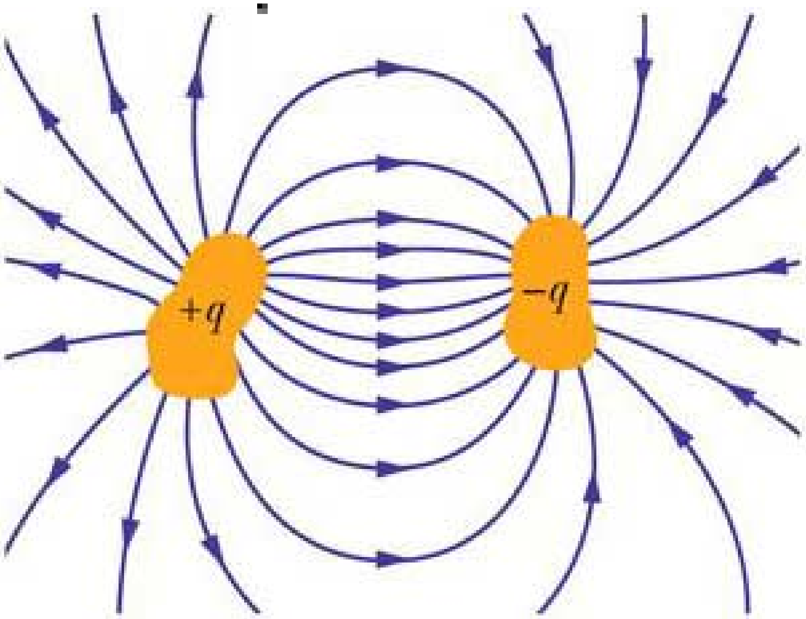
Cap. 26
Capacitores y Capacitancia

$$q = CV$$



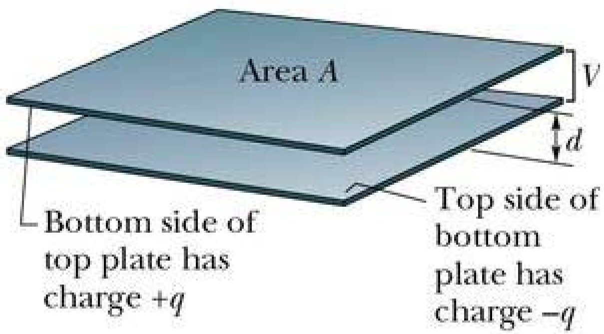
$$q = CV.$$

1 farad = 1 F = 1 coulomb per volt = 1 C / V.

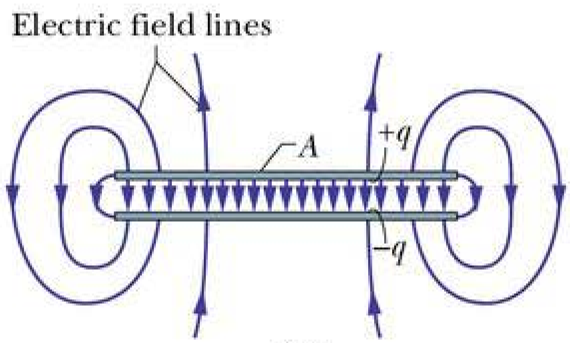
Capacitancia - C

- Es la constante de proporcionalidad entre carga y voltaje (diferencia de potencial)
- Es independiente de la carga y del voltaje
- Depende sólo de la geometría

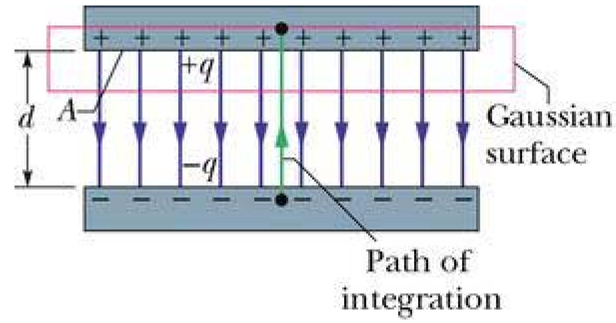
Ejemplo Más Importante
Capacitor de Placas Paralelas



(a)



(b)



$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q.$$

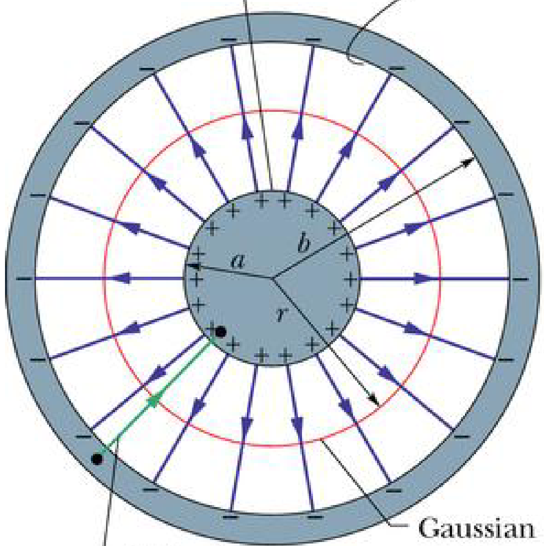
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s},$$

$$q = \epsilon_0 E A,$$

$$V = \int_-^+ E\, ds = E \int_0^d ds = Ed.$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Otros Ejemplos



Capacitor Esférico

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2},$$

$$V = \int_{-}^{+} E\,ds = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{b-a}{ab},$$

$$C = 4\pi\epsilon_0\frac{ab}{b-a}$$

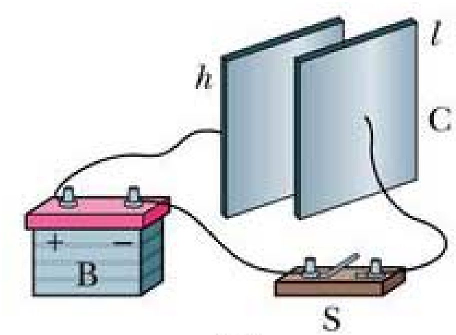
Capacitor Cilíndrico

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 Lr}.$$

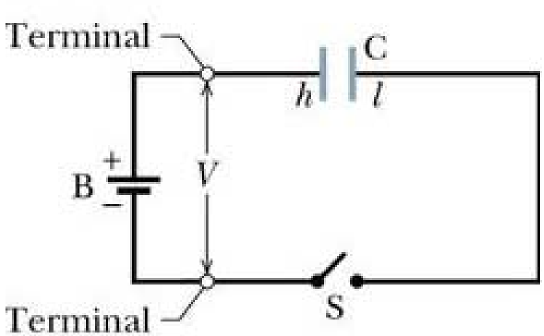
$$V = \int_{-}^{+} E\,ds = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right),$$

$$C = 2\pi\epsilon_0\frac{L}{\ln(b/a)}$$

Circuitos Eléctricos
(Elementos conectados con Alambres)



(a)



(b)

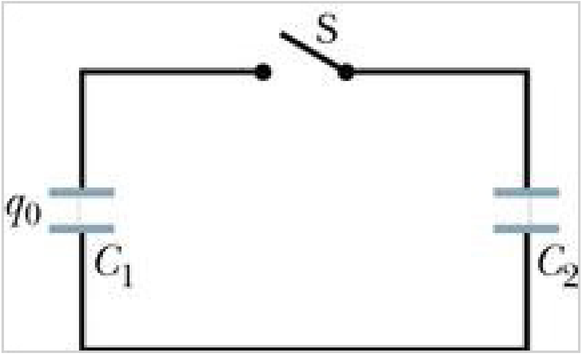
Elementos de este circuito

1) Batería
2) Interrruptor
3) Capacitor (condensador)

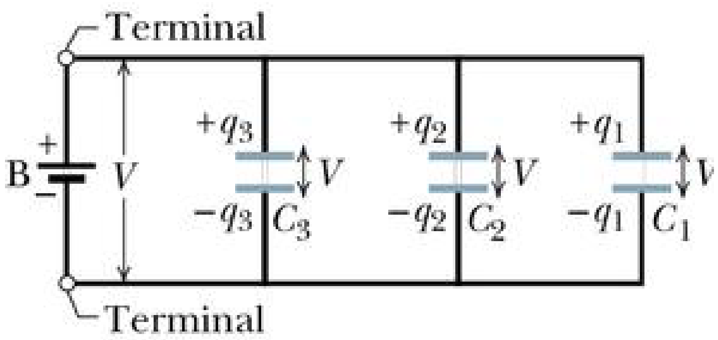
En el estudio del comportamiento de cualquier circuito, la caida de potencial (voltaje através) de cada elemento del circuito será muy importante.

El concepto de voltaje es fundamental en el análisis de cualquier circuito eléctrico.

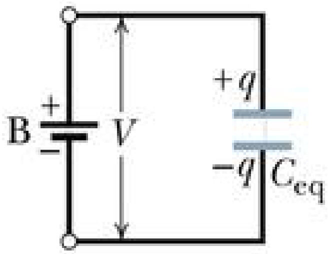
Por ejemplo, calculemos cuánta carga se mueve de C_1 a C_2 cuando se cierra el interruptor.



Capacitores en Paralelo – Mismo V



(a)



(b)

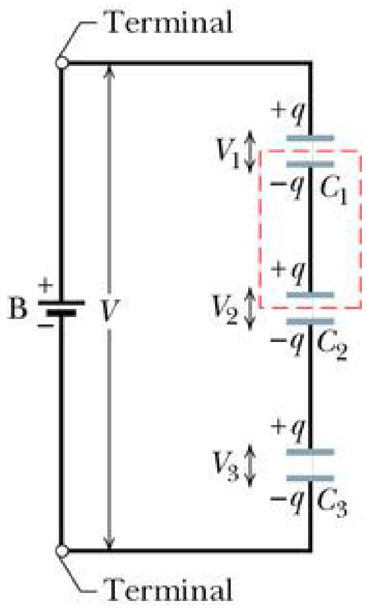
$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V, \quad \text{and} \quad q_3 = C_3 V.$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

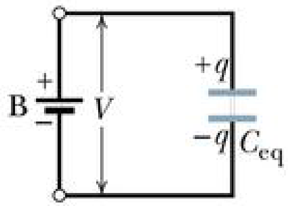
$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j \quad (n \text{ capacitors in parallel}).$$

Capacitores en Serie – Misma q



(a)



(b)

$$V_1 = \frac{q}{C_1},\ V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \text{and} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$

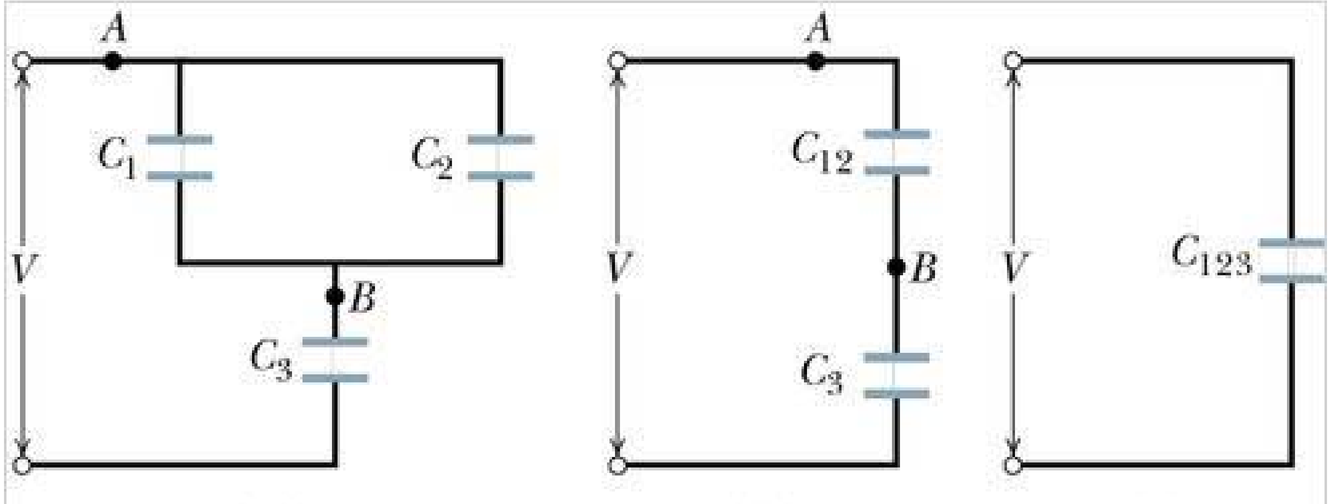
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3},$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ capacitors in series}).$$

Análisis de circuitos usando circuitos equivalentes

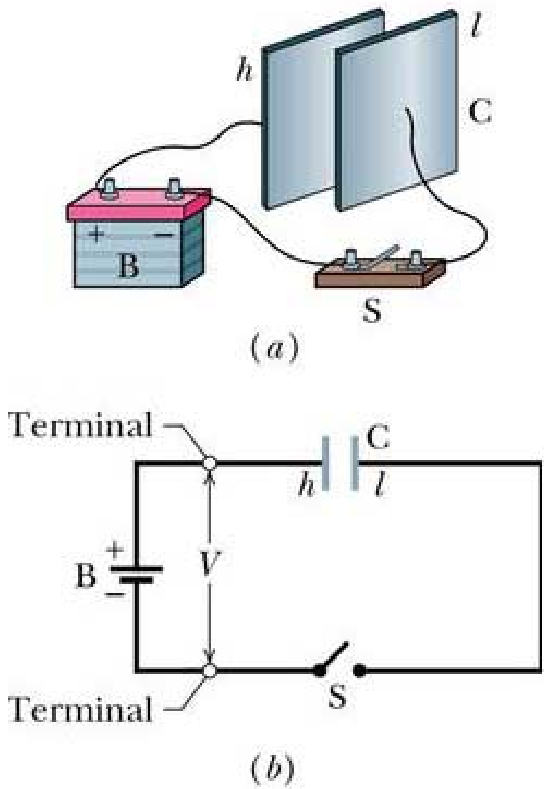


(a) (b) (c)

Uso de Capacitores en Circuitos

- Almacenan carga que pueden proveer al circuito rápidamente.
- Otros elementos tienen limitaciones en cuánto a cuán rápidamente pueden proveerle carga a un circuito.
- Almacenan energía eléctrica.

Energía Almacenada en un Capacitor



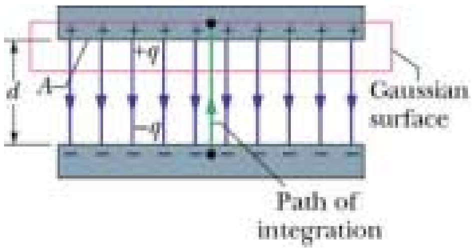
$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'.$$

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}.$$

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad \text{(potential energy)}$$

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 \quad \text{(potential energy)}$$

El Campo Eléctrico como Energía Pura Que Ocupa Espacio!!!!



Calcular Densidad de Energía en un Capacitor de Placas Paralelas

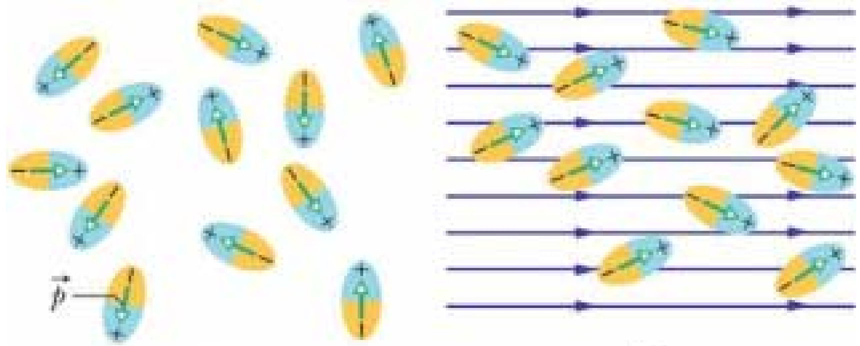
$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad} = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2.$$

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad \text{(energy density)}$$

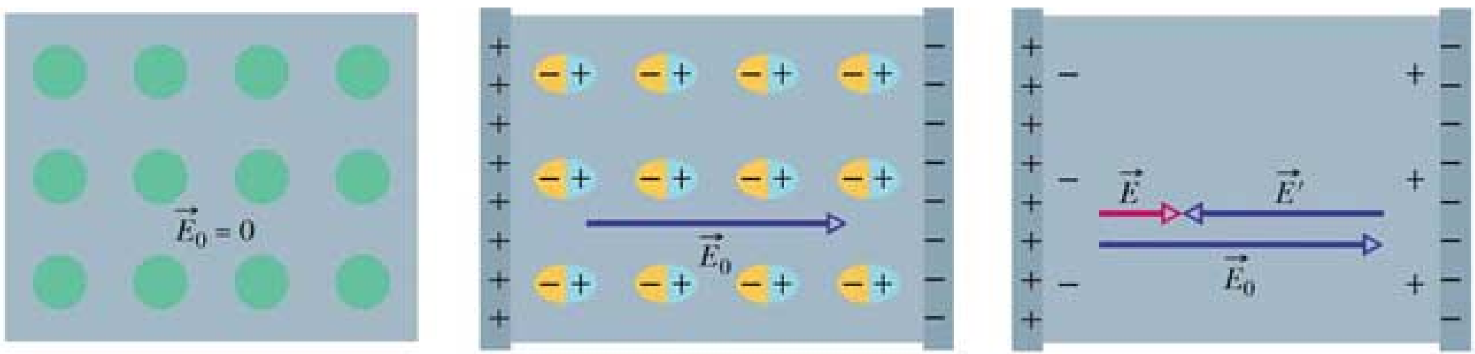
Una relación directa entre E y energía!!!!!

Un nuevo concepto de energía como algo que ocupa espacio pero no tiene masa!!!!

Un Dieléctrico Dentro de un Capacitor



(a) (b)

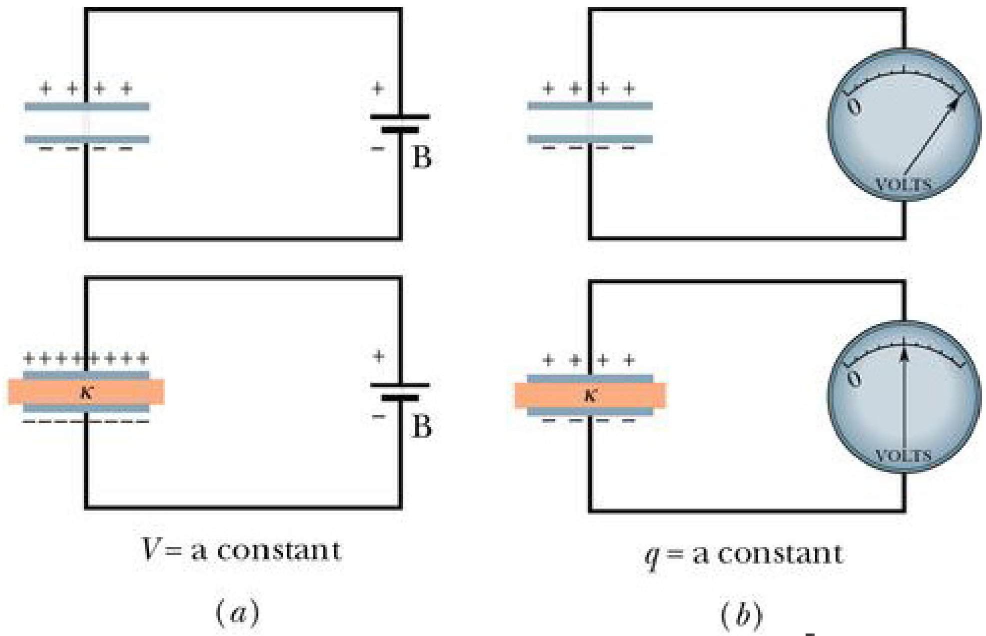


(a) (b) (c)

$$q = CV \qquad C = \kappa\epsilon_0\mathcal{L} = \kappa C_{\text{air}},$$

Al poner el dieléctrico, lo que ocurre depende del circuito

(a) Conectado a Batería **(b) Aislado (circuito abierto)**



$$U = \frac{1}{2}CV^2 \qquad U = \frac{q^2}{2C}$$

(a) U aumenta **(b) U disminuye**