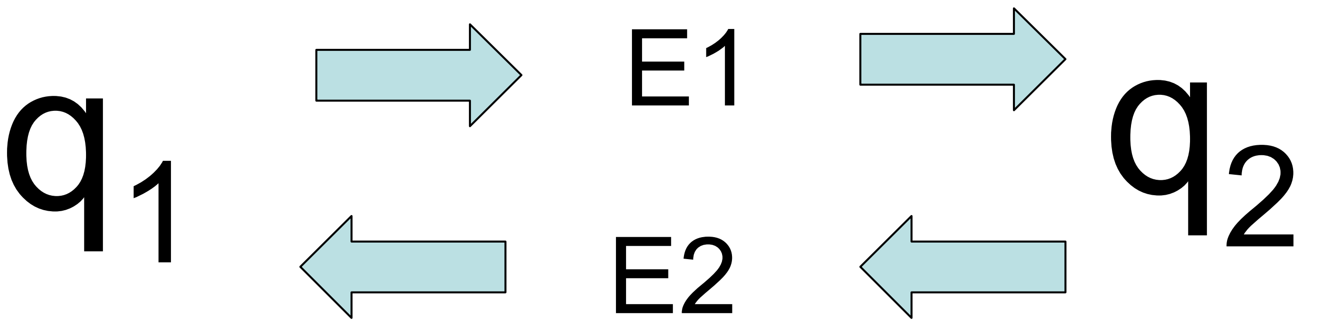
Campo Eléctrico

- Es el portador de la fuerza eléctrica.

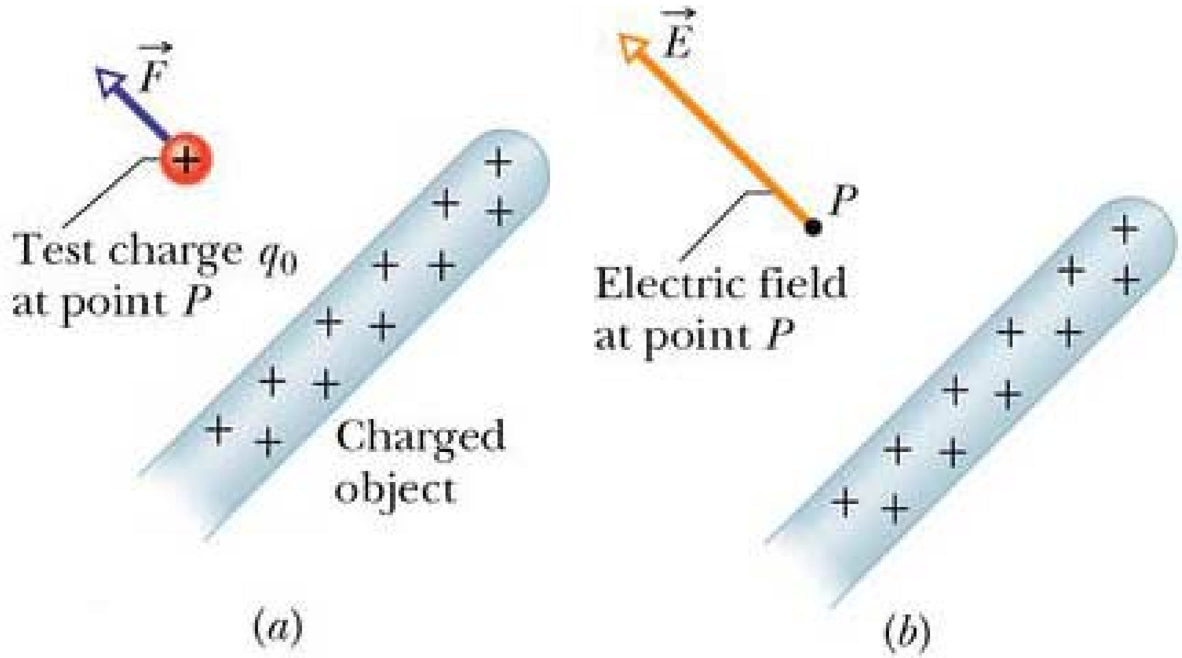


Por qué se usa el campo eléctrico?

- Porque es útil simplificar el problema separándolo en partes.
- Porque nos permite pensar en una situación mas general donde la segunda carga no se especifica.
- Porque la fuerza eléctrica <u>en realidad </u>no se transmite instantáneamente.

Característica que debe tener el campo Eléctrico

- Debe depender sólo de la carga que lo genera.
- Para una carga q que va a sentir la fuerza eléctrica, $E=F/q$ es independiente de q (porque F es proporcional a q). Esa es la definición de E (pero no es la manera de calcular E)
- Entonces $F = q E$ es la fórmula para calcular la fuerza que sentirá una carga puntiforme q si se le pone en un sitio donde el campo es E. Esta fórmula me dice como es que un campo E afecta a una carga q. La usaremos así.



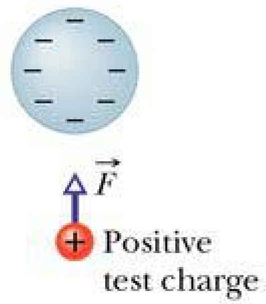
La relación entre la dirección de la fuerza que siente la carga de prueba que siempre es positiva (dibujo (a)) y la dirección de E (dibujo (b)). La relación es que estas direcciones son exactamente iguales. El concepto de carga de prueba se usa solo en la definición del campo eléctrico (E). Normalmente E se calcula directamente con fórmulas que aprendemos de memoria y no usamos la carga de prueba en el cálculo de E.

Cuando pensamos en E, pensamos en la situación del dibujo (b) en el cuál tengo una carga real que puede ser o no ser de distribución discreta (puntiforme). En este ejemplo la carga (azul) tiene una distribución continua. Pensamos de la siguiente manera. La carga genera un campo que llena el espacio. En cada punto P hay un vector de campo E. Para definir la dirección de E, pensamos en qué pasaría si pusiésemos una carga de prueba (roja) en el punto P (dibujo (a)). En este caso la carga de prueba sería repelida por la carga real. La carga de prueba es una carga imaginaria y siempre es positiva.

Si luego pongo una carga puntiforme real en el punto P, la dirección de la fuerza que sentirá dependerá del signo de la carga. Esta situación no se muestra en los dibujos pero la fórmula es F=qE vectorialmente.

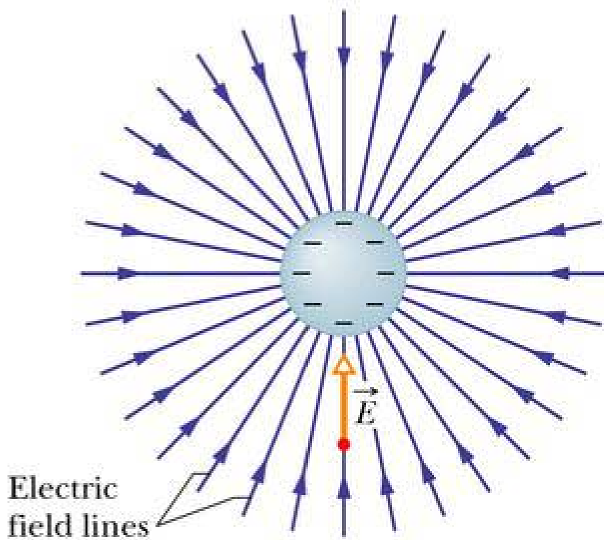
Características de las Lineas de Campo Eléctrico

- E es tangencial a la linea.
- Nacen en las cargas positivas (o en infinito) y mueren en las cargas negativas (o en infinito).
- Nunca se cruzan.
- La magnitud de E es inversamente proporcional a la densidad de lineas. (Lineas cercanas implica mucho campo.)
- El número de lineas que nacen o mueren en una carga es proporcional a la magnitud de la carga.



(a)

Dibulo de la situación imaginaria que usamos para definir la dirección de E generado alrededor de una esfera uniforme de carga negativa. En el dibujo aparece la esfera de carga real en azul y una carga de prueba puntiforme imaginaria en rojo localizada en cierto punto P.

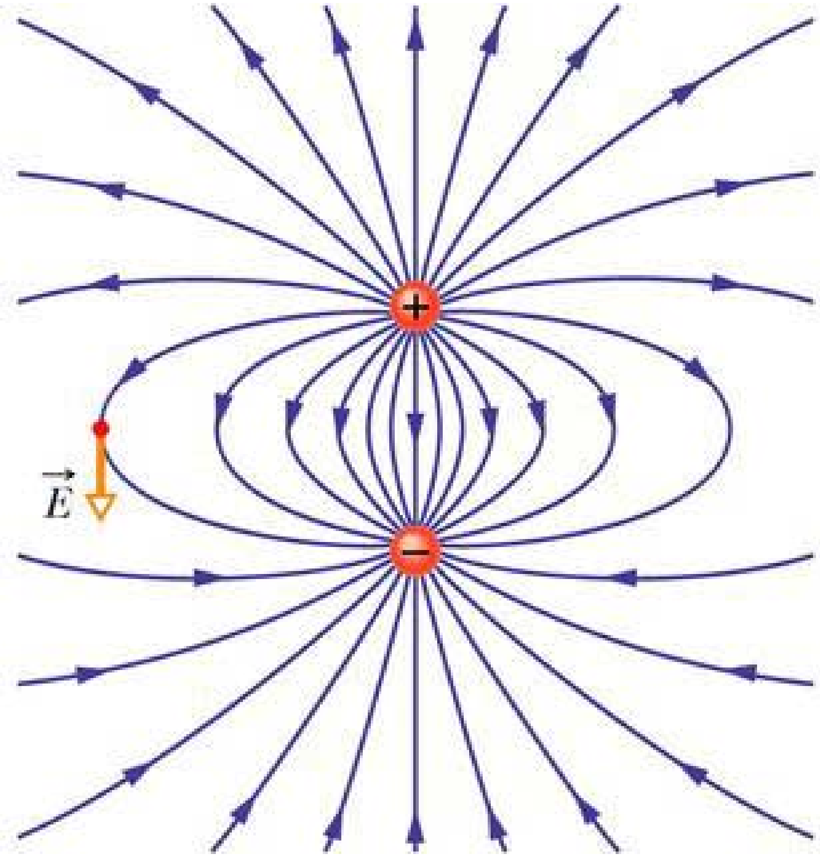


(b)

El dibujo arriba nos lleva a dibujar E en el punto P según se indica abajo. Al repetir esto para muchos puntos, podemos dibujar las lineas de campo.

En este caso en particular, el campo eléctrico en el exterior de una esfera uniforme de carga es igual que el de una carga puntiforme. Las lineas de campo son en dirección radial. Como la carga es negativa, son hacia el centro. Si fuese positiva, se alejarían del centro.

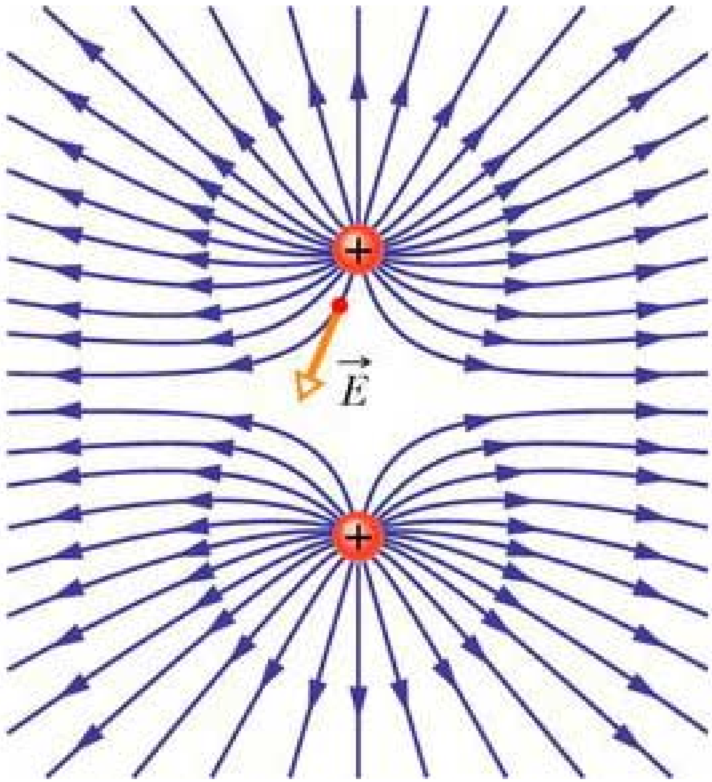
Fíjese que la distancia entre las lineas nos indica que la magnitud del campo es mayor para puntos cerca de la carga y esto concuerda con lo que nos dice la ley de Coulomb. En situaciones donde las implicaciones de la ley de Coulomb no son tan obvias, todavía podemos usar la distancia entre las lineas para tener una idea cualitativa de la magnitud del campo en diferentes regiones.



Las lineas de campo eléctrico para un dipolo eléctrico, o sea, dos cargas de igual magnitud y signos opuestos. Con solo mirar el dibujo obtenemos información cualitativa de la magnitud y dirección del campo eléctrico. Este campo es la suma vectorial de los campos generados por cada una de las cargas por separado. Este campo actuaría sobre una tercera carga que se coloque en algún punto, como por ejemplo el punto rojo pequeño indicado. Fíjate que la dirección de E es tangencial a las lineas de campo. E en realidad llena todo el espacio. Por supuesto, no se dibujan todas las lineas de campo porque habría que pintar cada punto en el espacio. Para los puntos entre lineas, se puede hacer una interpolación mental.

La magnitud del campo es grande en la región entre las cargas y pequeña (lineas de campo separadas) en las regiones afuera de las dos cargas. Esto se entiende si consideramos la dirección de los campos individuales generados por cada carga. En la región entre las cargas, esos campos son en la misma dirección. Afuera de las cargas, son en direcciones opuestas.

Si consideramos puntos en la linea que biseca la linea entre las cargas, el campo total es vertical (como el indicado). Para esos puntos, la simetría de la situación impone que el componente horizontal se cancela.



Aunque estas son dos cargas puntiformes, esto no es un verdadero “dipolo” porque no tienen signos opuestos como requiere la definición del término “dipolo eléctrico”.

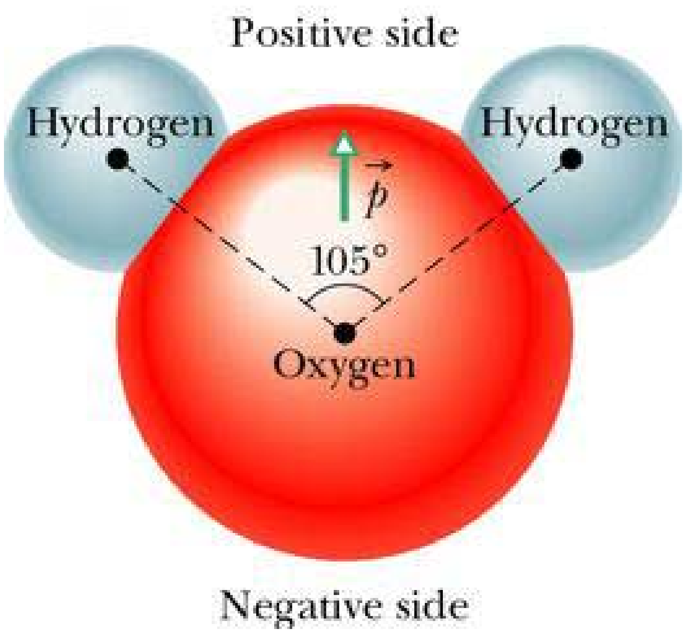
En este caso las cargas tienen igual magnitud como en un verdadero “dipolo”. Fíjese que esto está relacionado con el hecho de que hay igual número de lineas saliendo de cada carga.

Compare las lineas de campo a las del dipolo (página anterior). En este caso de cargas iguales, el campo entre las cargas es pequeño.

Para los puntos en la linea que biseca la linea entre las cargas, ahora es el componente vertical el que se cancela.

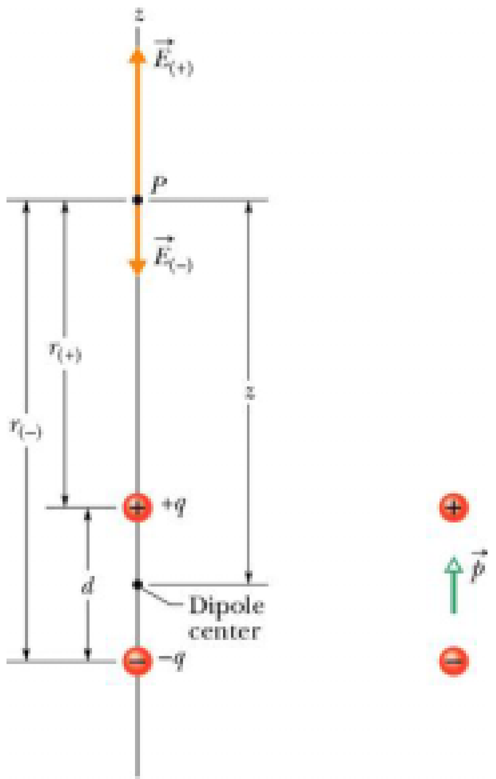
Calcular Campo Eléctrico con Coulomb

- Usar simetría (!) donde sea posible.
- Para una distribución discreta ,
  - Calcular magnitudes. (Siempre son > 0.)
  - Determinar direcciones usando el dibujo.
  - Sumar campos <u>vectorialmente</u>.
- Para distribuciones continuas,
  - Dividir distribución en pedacitos. → Integral.
  - Ver detalles en transparencia mas adelante.



Hay muchas razones por las cuales estudiamos el dipolo eléctrico. Una de las mas importantes es que muchas cosas en la naturaleza se comportan como dipolos eléctricos. En particular, en muchas moléculas la carga no está distribuida uniformemente. Como la molécula total es neutral, esta estructura tiene las características de un dipolo eléctrico. Muchas de las propiedades eléctricas de muchas moléculas están dominadas por esta estructura dipolar.

Cálculo de la magnitud del campo eléctrico de un dipolo eléctrico. Estamos considerando puntos P que quedan en la linea que es la continuación de la linea entre las cargas.



(a) (b)

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2} \quad \text{(point charge)}.$$

$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(z-\frac{1}{2}d\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(z+\frac{1}{2}d\right)^2}. \end{aligned}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\left[\left(1-\frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2z}\right)^{-2}\right].$$

$$\left[\left(1+\frac{2d}{2z(1!)}+\cdots\right) - \left(1-\frac{2d}{2z(1!)}+\cdots\right)\right].$$

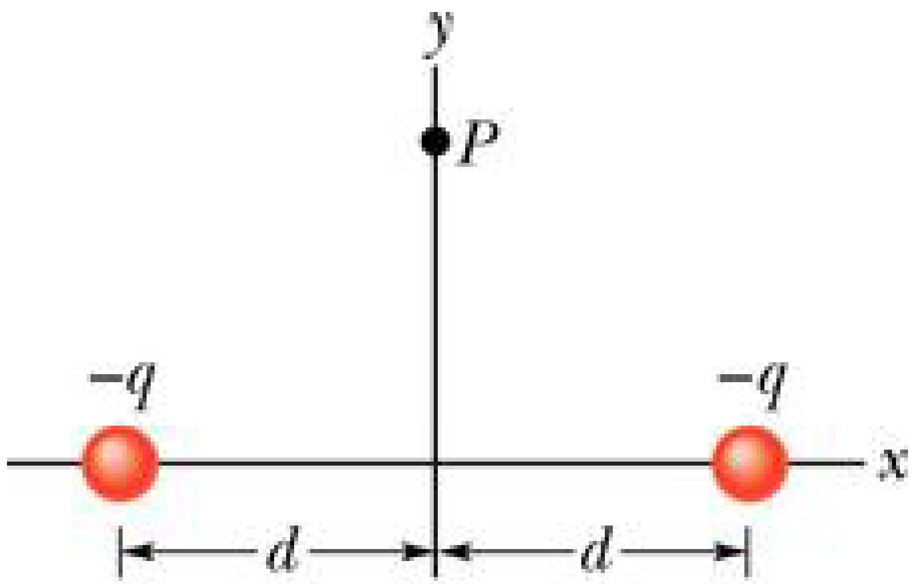
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\left[\left(1+\frac{d}{z}+\cdots\right) - \left(1-\frac{d}{z}+\cdots\right)\right]$$

Para puntos lejos del dipolo, o sea, z>>d, usamos solo el primer termino de la serie. Se cancela el término en $1/z^2$ ya que la carga total es cero.

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\frac{2d}{z} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3}.$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{p}{z^3} \quad \text{(electric dipole)}.$$

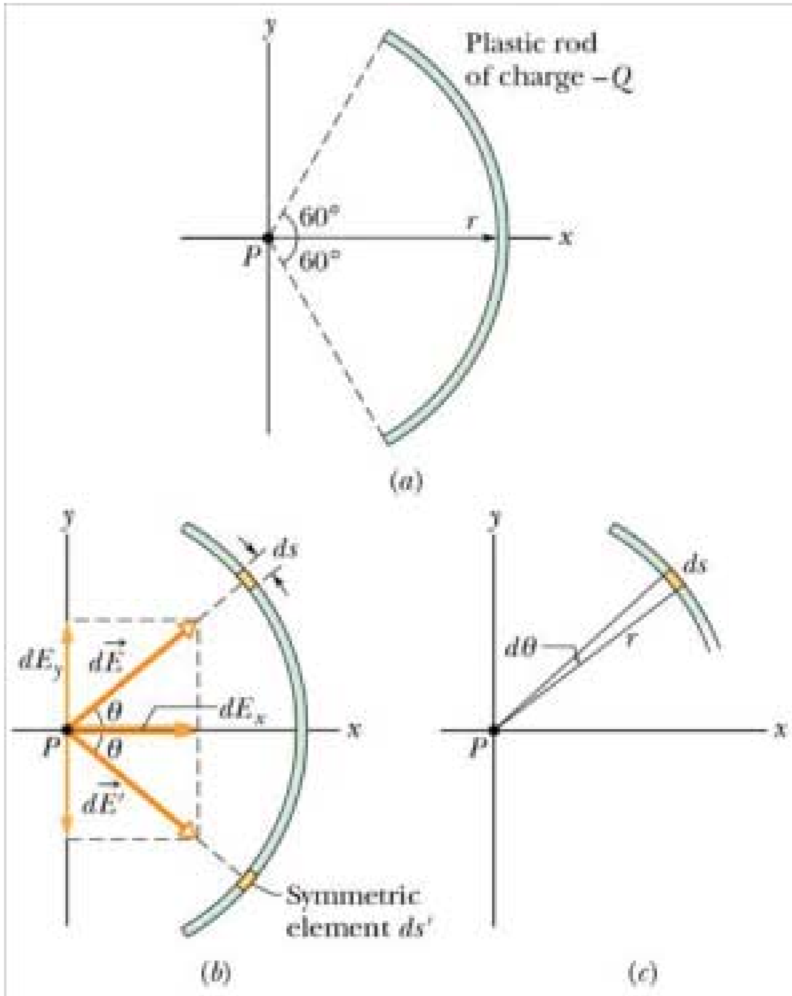
El campo depende del producto de q por d. A esto se le da un nombre especial, momento dipolar (p) y resulta ser la propiedad determinante y mas importante de un dipolo eléctrico.



Asegúrate que puedes hacer este problema de una distribución discreta. Esta tiene dos cargas de igual signo y el punto P está equidistante de las cargas. Usa la simetría para darte cuenta que uno de los componentes de E es cero. A diferencia de la situación cuando el punto está en la continuación de la linea entre las cargas (que vimos antes), aquí hay que usar el coseno de un ángulo.

Receta para Distribución Continua de Carga

- Ecuación fundamental: $E_c = k \int dq \cos\theta_c / r^2$
- Escoger sistema de coordenadas para la posición de los pedacitos de carga. Estas serán las variables de integración.
- Determinar los límites de las variables de la posición de los pedacitos de carga. Estos serán los límites de integración.
- Escribir dq en términos de las diferenciales de las variables de posición, e.g. $dq = \lambda\, ds$.
- Escribir r y $\cos\theta_c$ en términos de las variables de posición. (Hay que usar conocimientos de geometría.)
- Juntar todo y escribir el integral definido. Aquí termina la física. Hacer el integral es matemáticas.



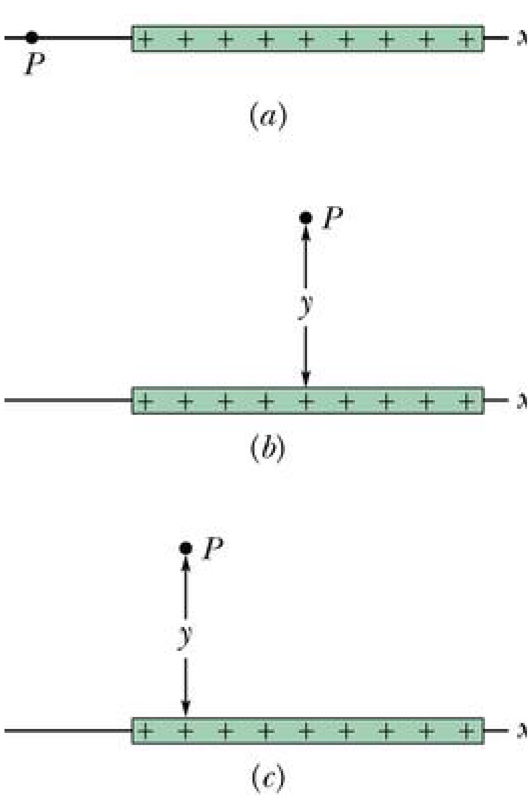
(a) Un ejemplo de un problema con una distribución continua de carga.

(b) La distribución es lineal (una dimensión) pero como es curva tenemos una situación con dos dimensiones. Típicamente la mejor variable de posición para estos problemas es una longitud de arco (s). Usamos dq = λ ds. Podemos calcular λ ya que es igual a la carga total dividida por la longitud total. El arco de carga tiene 120º que es 360/3. La longitud total es 2π r/3.

(c) Los límites de integración dependen de cómo se defina el punto s=0. Usamos la simetría para darnos cuenta que los componentes verticales que vienen de dos pedacitos de carga simétricos se cancelan. Solo tenemos que calcular el componente horizontal pero eso conlleva multiplicar por el cos θ. La relación entre s y θ es sencilla si s se mide desde el punto medio de la carga.

(d) ds = r dθ donde r es el radio de la carga.

(e) Los límites de integración para s son $\pm\pi$ r/3.

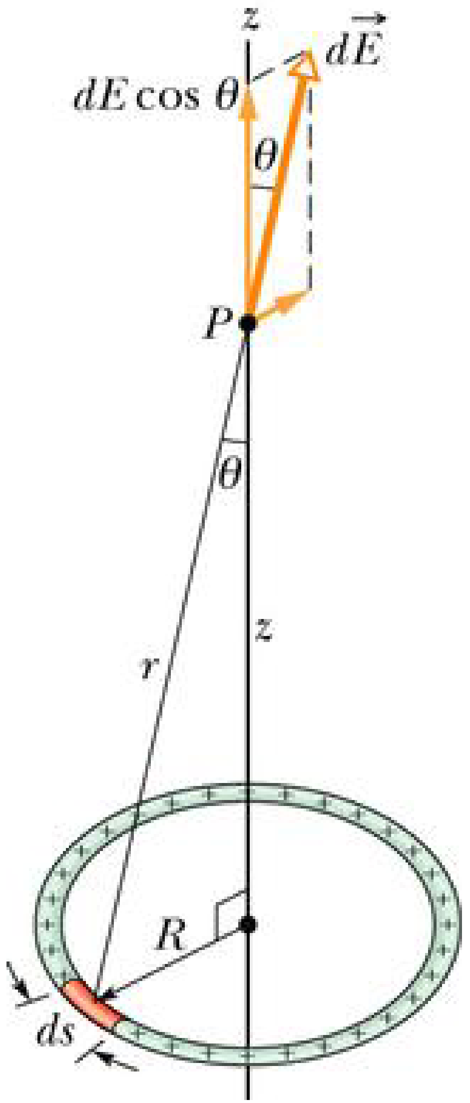


La situación cambia dependiendo de la posición del punto donde estamos calculando E. Aquí tenemos la misma carga real en los tres dibujos pero en (a) el punto está en la linea, en (b) está en la bisectriz y en (c) está en otro punto fuera de la linea.

(a) **Todos los campos apuntan en la misma dirección (horizontal).**

(b) **Aquí se puede usar la simetría. Los componentes horizontales del campo generado por pedacitos simétricos se cancelan. Solo hay que calcular el componente vertical.**

(c) **Ninguno de los dos componentes se cancelan.**



Un ejemplo de una situación donde la distribución de carga es lineal pero el problema es en tres dimensiones ya que la linea es una curva circular (dos dimensiones) y el punto está fuera del plano de la carga (a lo largo de la tercera dimensión). Vamos a usar una variable de posición de carga s que es una longitud de arco.

En esta situación hay mucha simetría ya que el punto que se está considerando está en la linea que pasa por el centro del círculo así que todos los pedacitos de carga están equidistantes del punto (todos generan la misma magnitud de campo diferencial) y la simetría circular causa que se cancelen dos de los tres componentes de E. Solo sobrevive el componente a lo largo del eje de z. Al calcular este componente todos los vectores dE tienen el mismo ángulo (θ) con respecto al eje de z así que el cos θ también es constante en el integral además de la distancia r. En este caso, r se puede escribir en términos de las constantes R y z pero no depende de la variable de integración, s. El integral es trivial.

Para puntos lejos del anillo, o sea, en el límite en que z>>R, el campo se aproxima al de una carga puntiforme y varia con $1/z^2$. Esto tiene sentido. Cuando estamos lejos, no vemos la estructura interna. En contraste con un dipolo, el anillo tiene carga neta, así que el término en $1/z^2$ no desaparece como cuando tenemos un dipolo. Así que E se hace pequeño para z grande. Pero también E es pequeño para z pequeño ya que en el punto z=0, es fácil ver que E=0 por la simetría. Así que E tiene un máximo en algún valor de z que no es ni cero ni infinito.

Para z pequeño tienes que demostrar que E es proporcional a z como parte de tu asignación. Aquí la fuerza eléctrica es una fuerza restauradora a la posición de equilibrio (z=0) y, al ser proporcional a la distancia, se dan las condiciones para movimiento oscilatorio.

Si sabemos E, cuánto es F?

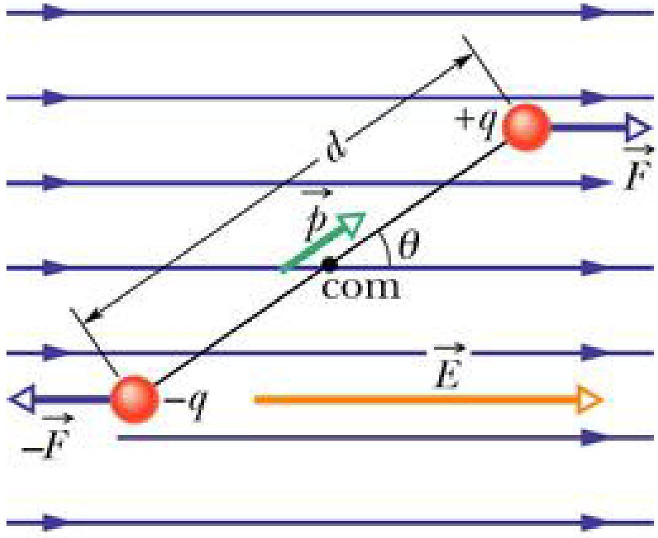
Es sencillo,

$F = q\,E.$

Esta es una ecuación vectorial;

q tiene signo.

Un dipolo eléctrico bajo la influencia de un campo eléctrico exterior uniforme



(a)

(b)

El campo es generado por otras cargas que no son las del dipolo. Cada carga del dipolo siente una fuerza. Si sumamos esas dos fuerzas, la fuerza neta que siente el dipolo es cero pero el torque neto no. Habrá <u>rotación</u>. Se obtiene

τ = p x E vectorialmente, donde p es el momento dipolar vectorial al cuál ahora se le ha definido una dirección que va de la carga negativa a la positiva.

En términos de escalares,

$$\tau = p\,E\,\sin\theta$$

es la magnitud del torque.

Tenemos las condiciones para movimiento armónico rotacional. Habrá <u>oscilación</u> alrededor de la configuración de equilibrio (θ = 0). Este es el movimiento típico de una molécula dipolar en un campo eléctrico.

La dirección del vector τ corresponde a la dirección del eje de rotación que en el dibujo está entrando a la página.